

## REVISTA UMBRAL CIENTÍFICA

Volumen 50, número 2  
Julio - Diciembre 2025  
ISSN 1409-1534, e-ISSN 2215-6178

## COMISIÓN EDITORIAL

Coordinador: Juan Antonio Arroyo Valenciano  
Secretaria: Gabriel Chaves Sánchez  
Vocal: Almitra Desueza Delgado

# La transformación del conocimiento matemático en la práctica de la enseñanza en preescolar según KQ y el MKT

**Dra. Rosa María Hidalgo Chinchilla**

Universidad Estatal a Distancia, San José, Costa Rica

rhidalgo@uned.ac.cr

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3440-9790>

Recibido: 29/10/2024 • Aceptado: 03/12/2024



## Resumen

La transformación aborda aspectos del conocimiento en la acción. Incluye las formas y los contextos en los cuales se desarrolla durante la planificación, la enseñanza y la capacidad en sí para transformar el conocimiento en enseñanza de manera que sea accesible a los educandos. Por lo que este artículo pretende mostrar cómo la estudiante docente del nivel de bachillerato, durante la práctica de la enseñanza, transforma los conocimientos matemáticos en contenidos enseñables para los niños de 4 a 6 años, actividad que exige de un conocimiento base. Para realizar este estudio, se planteó un estudio de caso único en el cual estuvieron involucradas tres estudiantes docentes de la carrera de diferentes zonas geográficas de Costa Rica. Como parte de los resultados, se evidenció la poca capacidad del estudiante docente para transformar el conocimiento del contenido mediante una mejor explicación al estudiantado que favorezca con aprendizajes significativos.

**Palabras clave:** Matemático, desarrollo de la educación, desarrollo de las habilidades, primera infancia, Knowledge Quartet (KQ), Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), prácticas de enseñanza.

## Abstract

Transformation encompasses aspects of knowledge in action. It includes the forms and contexts in which it is developed during planning, teaching and the capacity itself to transform knowledge into teaching in a way that is accessible to learners. This article aims to show how the student teacher at the high school level, during teaching practice, transforms mathematical knowledge into teachable content for children from 4 to 6 years old, an activity that requires basic knowledge. To carry out this study, a single case study was proposed in which three student teachers from different geographical areas of Costa Rica were involved. As part of the results, the poor ability of the student teacher to transform content knowledge through a better explanation to the student body that favors significant learning was evident.

**Keywords:** Mathematician, Educational development, Skills development, Early childhood, Knowledge Quartet (KQ), Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), Teaching practices

## 1. Introducción

Actualmente, existe consenso en que la preparación del profesor está relacionada con el contenido de su especialidad. Un docente que conoce y entiende los conceptos matemáticos posee las herramientas necesarias para la toma de decisiones pertinentes en favor de transformar el contenido en función de que los niños y las niñas construyan aprendizajes significativos (Morales et al., 2014; Hernández-Suárez et al.

2017; Pérez-Tyteca et al. 2017; Alsina, 2016; Goldrine et al. 2015; Alsina y López, 2014; Molina, 2011 y Rodríguez, 2010). Para el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2003), la “transformación” es un proceso matemático que permite aprender el contenido matemático, por cuanto hace las matemáticas más concretas y accesibles para un mayor acercamiento a esos temas y motiva a aprendizajes más significativos.

Asimismo, existe una estrecha relación entre transformación y mediación, pues el docente debe mantener la habilidad de adaptar el contenido para atraer la atención y el involucramiento del estudiante en la construcción del conocimiento; de manera que se realice un enlace estudiante-objeto de conocimiento para fomentar el aprendizaje (Tébar, 2003).

Por lo anterior, surgió este estudio con el propósito de mostrar cómo la estudiante docente del nivel de bachillerato, durante la práctica de la enseñanza, transforma los conocimientos matemáticos en contenidos enseñables para los niños de 4 a 6 años, actividad que exige de un conocimiento base que facilitará al docente asumir la tarea educativa.

En este artículo, se empieza con los ejes fundamentales en los que se apoya el marco teórico de referencia, como son los modelos teóricos del Knowledge Quartet (KQ) y Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), los cuales son fundamentales para analizar, desde la práctica de la enseñanza, cómo la docente estudiante transforma los contenidos en aspectos que sean enseñables a los niños y las niñas de educación preescolar.

## **2. Marco Teórico**

Las matemáticas son consideradas una ciencia que estudia las relaciones; es un campo integrado, por lo que el aprendizaje de estas no puede presentarse como una colección de partes, como temas separados y desconectados (Alsina, 2012). De ahí la importancia de concebirla con un enfoque globalizado, que permita la conexión entre conceptos, propiedades, relaciones y niveles, los cuales proporcionen una mejor comprensión; que los niños puedan apreciar su profundidad y utilidad; esto permite el desarrollo del pensamiento matemático.

Estudios realizados demuestran la poca preparación de los docentes en el desarrollo del pensamiento matemático en edades tempranas, lo cual dificulta la educación matemática desde la etapa inicial, ideal para el desarrollo del pensamiento lógico. Al respecto, Alsina y López (2014) subrayan que la formación inicial que reciben los futuros docentes surte gran impacto en el desempeño de la profesión. Así, la universidad prepara maestros competentes; quienes, además de poseer conocimientos y habilidades para su desempeño, también: “sientan y reflexionen acerca de la necesidad y el compromiso de actuar en correspondencia con sus

conocimientos, habilidades, motivos y valores (...) en la solución de los problemas que de él demanda la práctica profesional" (Esteve y Alsina citados por Alsina y López, 2014, p. 8).

Muchos de los conocimientos matemáticos desarrollados durante los primeros años son fundamentales para aprendizajes posteriores. De ahí la importancia de la educación preescolar en términos de oportunidades de aprendizaje por medio de una intervención temprana y efectiva (Manfra et al. 2012). Un docente que conoce y entiende los conceptos matemáticos cuenta con las herramientas necesarias para la toma de decisiones pertinentes en favor de la transformación del conocimiento que permita la construcción de aprendizajes significativos (Morales et al., 2014; Hernández-Suárez et al., 2017; Pérez-Tyteca et al. 2017; Alsina, 2016; Goldrine et al., 2015; Alsina y López, 2014; Molina, 2011 y Rodríguez, 2010).

### **2.1. Knowledge Quartet (KQ)**

El Knowledge Quartet (KQ), según Rowland citado por Sosa (2013), es un marco conceptual accesible para observar, analizar y discutir aspectos relevantes de la enseñanza de la matemática, a partir de la perspectiva del conocimiento matemático para la enseñanza del docente. Este mismo autor indica que el Knowledge Quartet (KQ) surge de la observación de la enseñanza de las matemáticas y de la categorización de situaciones que evidenciaron el conocimiento del docente acerca del contenido matemático. El KQ comprende cuatro categorías o dimensiones: fundamentación, transformación, conexión y contingencia.

Para efectos de este estudio, se considera la dimensión transformación que corresponde a la "capacidad del docente para transformar el conocimiento del contenido en formas que son pedagógicamente poderosas" (Shulman citado por Rowland et al., 2005, p. 261). Por tanto, la transformación se puede concebir como la habilidad del docente para hacer de los contenidos conocimiento enseñable y de esta manera: "ayudar a otros a aprenderlo" (Ball citado por Rowland et al., 2005). Asimismo, esta dimensión se relaciona con el conocimiento en acción manifestado en la planificación para enseñar y en el acto de la enseñanza, y su enfoque central es: "la representación de las ideas en forma de analogías, ejemplos, ilustraciones, explicaciones y demostraciones para los estudiantes" (Rowland, 2012, p. 17; Rowland, 2013, p. 23).

### **2.2. Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)**

El otro modelo utilizado para analizar la información fue el Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), desarrollado por Ball et al. (2008). El MKT refiere a la descripción de los diferentes tipos de conocimiento matemático del profesor a partir del análisis de la práctica en la enseñanza de la matemática. Ball et al. (2008) identificaron seis componentes esenciales del conocimiento de las matemáticas para la enseñanza, los cuales se describen en la tabla 1:

**Tabla 1 Componentes de Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)**

Componente	Descripción
Conocimiento común del contenido (CCK)	Permite al docente dar sentido al trabajo preparado para los estudiantes y seleccionar diferentes maneras para hacer del tema comprensible.
Conocimiento especializado del contenido (SCK)	Se trata del conocimiento, comprensión de las matemáticas y la habilidad para la enseñanza.
Conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT)	Combina el conocimiento de la enseñanza con el conocimiento sobre las matemáticas, esto facilita decidir los mejores ejemplos por utilizar para profundizar en el contenido.
Conocimiento del contenido y de los estudiantes (KCS)	Ayuda al docente en aspectos como la anticipación o predicción de lo que los estudiantes pueden encontrar confuso, lo fácil o difícil que resulta la tarea, en qué tipo de errores pueden incurrir los estudiantes cuando abordan un determinado problema.
Conocimiento del horizonte (HCK)	Refiere a las conexiones temporales que enlazan los conocimientos previos y posteriores con el contenido de la enseñanza.
Conocimiento del contenido y del currículum (KCC)	Incluye el conocimiento del programa a enseñar, los materiales o recursos que se disponen para la enseñanza, además, cuándo y cómo utilizarlos.

Nota: Elaboración propia con base en información obtenida de Ball et al. (2008)

Es importante destacar que el MKT y el KQ representan marcos analíticos complementarios. El KQ ofrece una clasificación de las situaciones en las que el conocimiento matemático surge de la enseñanza y el MKT los tipos de conocimiento matemático.

### 2.3. Pensamiento matemático

El pensamiento matemático es un proceso mental que no es sencillo de construir porque está supeditado a la capacidad de reflexión, razonamiento, estímulos del entorno, asimilación y organización de conocimientos. Por lo tanto, se necesita fortalecer desde los primeros años de vida, pues: "Su génesis se halla en los primeros tiempos del ser humano y evoluciona, conforme avanza el desarrollo cognitivo, hacia niveles más complejos, requiriendo para ello ambientes enriquecedores por situaciones problemas que resulten ser significativas y comprensivas" (Ortiz y Gravini, 2012, p. 142) y que permitan al niño la interacción con otros, en especial con maestros interesados en propiciar situaciones de aprendizaje interesantes para facilitar el desarrollo de las habilidades cognitivas relacionadas con la construcción del pensamiento lógico matemático.

Al ser los primeros años de vida fundamentales en el desarrollo oportuno, el docente de preescolar debe preocuparse por ofrecer desde edades tempranas el acercamiento y conocimiento de las matemáticas y así reducir la cantidad de niños que: "salen (...) sin haber adquirido las competencias y habilidades básicas, como la lectura, la escritura y el cálculo" (OEA, 2010). Por consiguiente, deben promover experiencias significativas que desarrollen las operaciones del pensamiento de una manera activa, dinámica y atractiva en la que los niños y las niñas sean partícipes de la construcción del conocimiento y evitar un proceso estático, que lo único que puede provocar es obstaculizar el aprendizaje, especialmente del pensamiento lógico matemático.

Lo anterior está íntimamente relacionado con la práctica pedagógica que se desarrolla en el entorno educativo pensado como las acciones realizadas para que el infante construya conocimientos y desarrolle habilidades que permitan proponer soluciones a los problemas y situaciones que se les presentan en la vida. Al respecto, García-Cabrero, et al. (2008) explican que la práctica pedagógica es el conjunto de situaciones dadas en el salón de clases, las cuales conforman el quehacer no solo del profesor, sino también de los estudiantes, en función de los "objetivos de formación circunscritos al conjunto de actuaciones que inciden directamente sobre el aprendizaje de los alumnos" (p. 2).

Parte de la labor docente consiste en planear, desarrollar y evaluar actividades que favorezcan el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, para lo cual necesita organizar una práctica pedagógica innovadora, creativa, con actividades relevantes relacionadas con la vida cotidiana del alumno para lograr sorprenderlos y motivarlos hacia la adquisición del conocimiento matemático. Es aquí donde el juego representa una opción capaz de "envolver" tanto al docente como a los alumnos en una actividad de aula productiva y creativa (Tirapegui, 2004, p. 573).

### 3. Metodología

Desde el paradigma naturalista, se planteó un estudio de caso único. Participaron del estudio tres estudiantes docentes de la carrera de diferentes zonas geográficas de Costa Rica, quienes trabajan con infantes de esta edad en centros educativos públicos y en uno privado. Como técnicas de recolección de datos, se usó la observación no participante a las tres estudiantes docentes participantes. La información recolectada se analizó mediante la utilización del modelo teórico Knowledge Quarter (KQ) y el Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), además, se utilizó la herramienta Atlas Ti.

#### 4. Discusión y resultados

La categoría “Transformación” considera la selección y uso de las formas de representación como analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones (Shulman,1986, citado por Rowland et al., 2005). Esta categoría es importante porque, de acuerdo con la elección que hace el docente de los ejemplos, demostraciones o representaciones, se favorece o no que el niño forme conceptos, adquiera lenguaje matemático y pueda utilizar procedimientos que demuestren los conocimientos aprendidos.

Según lo establecido por Turner (2012), la categoría “Transformación”, como parte del KQ, no se relaciona con el modelo del conocimiento MKT, en lo que concierne al dominio *conocimiento especializado del contenido* (SCK), pero sí existe vínculo con otros conocimientos del MKT como son el *conocimiento de contenido y la enseñanza* (KCT) y el *conocimiento del contenido y los estudiantes* (KCL o KCS).

Derivados de la información registrada en la tabla 2, la categoría “Transformación” y sus subcategorías correspondientes a las estudiantes docentes, M1 es quien más evidencia la categoría “Transformación”; en especial, la subcategoría “Elección de representaciones”. Asimismo, “Demostraciones del maestro” está ausente en M2. Lo anterior es de importancia por la relación que existe entre la Transformación y la mediación pedagógica para beneficiar el proceso de enseñanza y aprendizaje. A continuación, la tabla 2 describe por cada una de las estudiantes, las subcategorías más evidentes de la categoría Transformación.

**Tabla 2 Categoría Transformación**

Transformación	Evidencias S1	Evidencias M1	Evidencias M2	Totales
Demostraciones de maestro	1	5	-	6
Elección de ejemplos	2	6	1	9
Elección de representaciones	2	29	10	41
<b>TOTALES</b>	<b>5</b>	<b>40</b>	<b>11</b>	<b>56</b>

Nota: Elaboración propia con base en los registros de las observaciones realizadas a las estudiantes docentes.

Seguidamente, se procede con el análisis de la información recabada durante las sesiones observadas a cada estudiante docente en relación

con la categoría "Transformación". El objetivo de este análisis se centra en identificar los fragmentos en los que se evidencian transformaciones y su relación con el dominio del MKT. Para iniciar el análisis, se procede con la subcategoría "Demostraciones del maestro" que se refiere a la manera como se usa un procedimiento y por qué se utiliza. La tabla 3 muestra 6 citas asociadas a esta subcategoría, de las cuales 5 son de M1 y 1 de S1. La estudiante docente M2 no presenta alguna cita asociada. A continuación, la tabla 3 describe por cada una de las estudiantes las subcategoría "Demostraciones del maestro" más evidentes de la categoría "Transformación".

**Tabla 3 Citas asociadas a la subcategoría Demostraciones del maestro**

Categoría: Transformación Subcategoría: Demostraciones del maestro	
Estudiante S1	Estudiante M1
Sección 4:52 (16568:16643)	Sección 5:66 (27806:28297)
<b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b> M: ¿Esta? Escuchen (mueve entre sí las hojas). ¿Cómo creen que es suave o dura? (D 4: Observaciones S1)	<b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b> M: Los dos dicen 200. Lo ven bien. Lo medimos aquí y son exactamente iguales. Lo que pasa es que si lo echamos en este recipiente va a decir una taza, verdad, y si lo echamos en este otro recipiente. ¡Ohh! Ya regué un poquito. Va a ser otra taza son exactamente la misma cantidad ya lo vimos en los dos recipientes solo que este recipiente es más grande; por eso, se ve más poquito y este recipiente es más pequeño y se ve más agua. ¡Shhh!, pero si lo echamos en este recipiente y en este otro recipiente (D 5: Observaciones M1).
	Sección 5:67 (28387:28516)
	<b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b> M: lo ven, chicos, que la medida son exactamente iguales. Lo ven, chicos, lo que cambia es el recipiente, pero es la misma cantidad. (D 5: Observaciones M1)
	Sección 5:93 (37873:37946)
	<b>Sección extraída de la transcripción de la observación.</b> M: si la niña estira este es la misma cantidad, aunque este se vea más largo (D 5: Observaciones M1)
	Sección 5:282 (124427:124515)
	<b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b> M: pero, yo también puedo hacer esto (los separa por materia) Aquí, ¿cómo los estoy agrupando? (D 5: Observaciones M1)

Nota: Elaboración propia con base en los registros de las observaciones realizadas a las estudiantes docentes.

Durante las sesiones observadas a las tres estudiantes, se extrae la sección 4:52 de S1 y las secciones 5:66, 5:67, 5:93, 5:282 de M1.

La sección 4:52 sucede en la primera sesión observada que se realizó a S1. El tema visto era manipulación y clasificación de elementos del medio. Para trabajarlo, S1 utilizó materiales recolectados por los niños del ambiente exterior, con la convicción de que los niños discriminaran las características de los diferentes elementos. S1 decide enseñarlo de forma práctica; es decir, lo demuestra mediante el roce de las hojas “escuchen (mueve entre sí las hojas)” (D 4: Observaciones S1).

Por su parte, las secciones 5:66 y 5:67 forman parte de la segunda sesión observada a M1. El tema analizado era la conservación de la cantidad, el cual lo trabajó con diferentes materiales: una balanza, recipientes y agua para demostrar el concepto. La sección 5:93 es parte de la tercera observación y se continuaba con el tema de la conservación de la cantidad. Utilizó plastilina. La sección 5:282 se extrae de la novena sesión observada a M1, quien trabajaba con los educandos el tema de agrupación de diferentes elementos de los ambientes del aula. El fin de esta actividad consistía en que los niños y las niñas realizaran conjuntos con objetos agrupados por color, tamaño y forma.

De lo anterior, se destacan dos primordiales: uno, la importancia del docente como mediador de las diferentes experiencias para hacer inteligible el conocimiento; es decir, poseer la capacidad de crear un enlace estudiante-objeto de conocimiento para potenciar el aprendizaje; dos, el conocimiento del tema por parte del docente faculta ajustar — de acuerdo con las características de la población que atiende— las actividades planificadas para trabajarlos y así desarrollar “imágenes mentales sobre las ideas matemáticas” (NCTM, 2003, p. 140).

Las demostraciones que realiza el docente en el aula no precisan del conocimiento especializado del contenido (SCK), el cual se relaciona con el dominio de conocimientos y habilidades que se usan en el aula, necesarios para utilizar las matemáticas en otros contextos (Ball et al., 2008), pero sí se requiere del *conocimiento del contenido y su enseñanza* (KCT), a la que conciernen aspectos de adecuación de ejemplos y representaciones, lo que brinda la posibilidad de escoger los mejores ejemplos para enseñar contenidos matemáticos a los niños que atiende en el aula (Ball et al., 2008).

Asimismo, el uso demostraciones de procedimientos como “Si estiramos esta plastilina (...)” o separar el material para agrupar, como sucede en la sección 5:282, donde, por medio del cambio de forma que M1 hace de los materiales, favorece de manera práctica trabajar el concepto de conservación de la cantidad. Para tal efecto, adecuar las actividades es

un proceso que requiere del *conocimiento de contenido y la enseñanza KCT* para que el docente adapte el contenido por enseñar, lo cual es evidente en M1 e insuficiente en S1 y M2. Lo anterior vislumbra la relación entre la Transformación y la mediación. Según Shulman (1986, Rowland et al., 2005), transformar es representar con ejemplos, analogías o ilustraciones y mediar es transformar experiencias de aprendizaje para la adquisición de conocimiento (Feuerstein citado por Castillo y Castillo, 2016).

La siguiente subcategoría se centra en la "Elección de ejemplos" que se utilizan para enseñar un concepto o algún procedimiento. De acuerdo con la información de la siguiente tabla, las tres estudiantes docentes tienen citas asociadas; S1, 2; M1, 6 y M2, 1. A continuación, la tabla 4 describe por cada una de las estudiantes las subcategoría "Elección de ejemplos más evidentes" de la categoría "Transformación".

**Tabla 4 Citas asociadas a la subcategoría Elección de ejemplos**

Categoría: Transformación Subcategoría: Elección de ejemplos		
Estudiante S1	Estudiantes M1	Estudiante M2
Sección 4:138 (52343:52501)	Sección 5:40 (13542:13998)	Sección 6:169 (70709:70933)
<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>¡Ahhh! Aquí, tenemos el grupo de animales salvaje o de la selva. Muy bien, aquí está muy bien, aquí, tenemos el grupo de animales salvajes. ¿Y este estará correcto? (D 4: Observaciones S1).</p>	<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>La cantidad de plastilina es la misma. Entonces, si decimos que es la misma cantidad de plastilina la... cuándo yo les pregunto cuál tiene más, ninguna tiene más, porque son iguales, aunque tengan diferente forma, la misma cantidad ven (lo muestra) es la misma cantidad, aunque hagamos uno más y otro más corto la cantidad es la misma. Entonces, si la niña dice cuál plastilina tiene más ... ninguna ¿por qué? Porque son iguales (D 5: Observaciones M1).</p>	<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>Ok, eso es igual cuando ustedes traen cosas en la lonchera que, a veces, traer muchas cosas. ¿Verdad, Mónica, o a veces traen?</p> <p>Niños pocas</p> <p>M: pocas cosas, a veces, traen 2 galletas nada más o un yogur, verdad, entonces.</p> <p>Niños o un jugo (D 6: Observaciones M2).</p>
Sección 4:195 (77639:77677)	Sección 5:73 (31049:31346)	
<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>Con estos (muestra pareja con los dedos) (D 4: Observaciones S1).</p>	<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>Una la extendimos y la otra la dejamos en el círculo. Una la hicimos una figura y la otra la hicimos recta. Entonces, la cantidad es la misma. Lo que pasa es que lo podemos presentar en diferentes formas. Como en este, que este está más largo y éste más corto, pero tienen la misma cantidad de fichas (D 5: Observaciones M1).</p>	

Nota: Elaboración propia con base en los registros de las observaciones realizadas a las estudiantes docentes.

De los registros de las sesiones observadas a las estudiantes, se extrae la sección 4:138 y 4:195 de S1, las secciones 5:40, 5:73 y 5:102 de M1 y la sección 6:169 de M2.

De la quinta sesión observada a la estudiante docente, S1, se extrae la sección 4:138. En esta sección, se trabajó con los niños las categorías. Por tanto, S1, con la ayuda de figuras plásticas de animales salvajes que tenía como parte del ambiente "*exploración y desarrollo del pensamiento*", buscaba características similares para formar la categoría de animales salvajes, de manera que los niños discriminaran con los animales restantes qué otra categoría se podría formar.

De la octava sesión observada, se extrae la sección 4:195 en la cual la estudiante docente S1 trabajó con los niños el contenido correspondencia término a término. Como apoyo para ejemplificarle a los niños la relación que existe entre elementos, usó los dedos de sus manos y colocó cada dedo de la mano izquierda en correspondencia con los dedos de la mano derecha.

Las secciones 5:40 a la 5:73 son parte de la primera sesión observada a M1 y la sección 5:102 es parte de la tercera sesión observada. En estas sesiones, M1 trabajó el tema de la conservación de la cantidad. El objetivo que se pretendía era usar diferentes materiales como agua o arena para trabajar la misma cantidad formando diferentes objetos o formas. En estas secciones, para el desarrollo del concepto conservación de la cantidad M1, utilizó como material la plastilina.

Por su parte, la sección 6:169 es parte de la séptima sesión observada a la estudiante docente M2. El objetivo consistía en trabajar con los educandos el tema de discriminación de la cantidad de muchos y pocos. Para desarrollar este tema, M2 empleó diferentes materiales como rótulo de muchos y de pocos, bloques plásticos de diferente color (conocidos como legos) y recipientes de plástico.

De lo anterior, sobresalen aspectos relevantes en cuanto a la "Elección de ejemplos". En el caso de S1, en ambas secciones, la utilización del ejemplo "aquí tenemos el grupo de animales salvajes" o mostrar con sus dedos la correspondencia término a término fue el apoyo que utilizó S1 para acercar a los niños a la comprensión de los conceptos; por tanto, pueden considerarse como una manera de transformar los contenidos. Por lo tanto, puede pensarse en la transformación como un elemento necesario en el desarrollo de cualquier actividad para enseñar matemática y poco utilizado por S1, pues se evidenció únicamente en dos secciones de las observaciones realizadas. Se destaca la necesidad de la transformación por cuanto esta se encamina a recrear y adaptar el contenido no solo para captar y mantener el interés del estudiante, sino

también para involucrarlo en la construcción del conocimiento (NCTM, 2003). Aunado a lo anterior, el plan de formación de la UNED no ofrece suficiente conocimiento relacionado con la capacidad de transformar el conocimiento por enseñar y que lo vuelva accesible al estudiantado.

Si bien cada educador organiza a su manera la clase, un docente bien formado favorece y nutre un ambiente propicio para aprender por medio de ejemplos que dinamicen el proceso educativo y ayuden al educando a descubrir el significado de la actividad (Tébar, 2003).

Por su parte, M1 indica que, para los niños y las niñas del grupo, comprender el concepto *conservación de la cantidad* ha sido difícil. Se trata del contenido que más se ha desarrollado durante las observaciones realizadas. Ante esta situación, M1 recurrió a diferentes actividades y ejemplos para enseñarlo; por ejemplo: " si vean que esta está en una línea recta y esta está como zigzag"; " (...) aunque tengan diferente forma la masa de plastilina es la misma cantidad ven (lo muestra)"; "una la extendimos y la otra la dejamos en el círculo, una la hicimos una figura y la otra hicimos recta, entonces la cantidad es la misma (...)" (D5: Observación M1).

Lo anterior muestra que la utilización de ejemplos abre espacio para que, en una situación específica, M1 transforme el material de manera que permita ilustrar el contenido a los niños y las niñas con la intención de que adquieran conciencia de que, aunque los materiales cambien de forma, siguen con la misma cantidad. Por la escasa presencia de esta subcategoría en las sesiones observadas, es primordial crear conciencia en M1 sobre que los ejemplos que utiliza el docente facilitan la explicación del contenido. Estos pueden considerarse base para enseñar un concepto o algún procedimiento que favorezca en el estudiantado la apropiación de la información. Por lo tanto, resulta evidente la utilización de ejemplos por parte del docente, como una acción intencionada, cuyo fin es lograr un propósito; de la elección y la utilización de ejemplos puede beneficiarse la formación del concepto en los estudiantes (Rowland et al., 2003).

Al igual que S1, la estudiante docente M2 utiliza poco los ejemplos en su práctica de la enseñanza, lo que evidencia escaso conocimiento, por cuanto, de las 10 sesiones observadas, la elección de ejemplos se manifestó en una sesión. No obstante, el ejemplo utilizado "eso es igual cuando ustedes traen cosas en la lonchera que a veces traen muchas cosas verdad" (D6: Observación M2). Así, se trata de una manera de acercar a los niños al concepto muchos. M2 establece una comparación con elementos de la cotidianidad de los niños como la propia lonchera que llevan al jardín de niños. El docente que conoce y entiende los conceptos matemáticos posee las herramientas para la toma de

decisiones que favorecen en la población que atiende la adquisición de los conceptos.

Parte de las decisiones que se toman para enseñar los contenidos matemáticos se relaciona con el cómo transformarlos en entendibles para los niños. De ahí, resalta la utilidad que tiene la elección y el uso de los ejemplos para “la formación del concepto, para demostrar los procedimientos y la selección de ejemplos de ejercicios para la actividad del alumno” (Rowland et al., 2003, p. 3).

Para que el docente valore los ejemplos por utilizar en el aula como apoyo al proceso de enseñanza, necesita del *conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT)*, que favorece adecuar determinados ejemplos y representaciones para enseñar el contenido matemático. Conforme a las citas asociadas de cada estudiante docente a la subcategoría elección de ejemplos, puede decirse que es inexistente; por tanto, se debe fortalecer en la formación inicial por parte de la UNED en cuanto a conexión de conceptos es poco. Debe mejorarse al ser un aspecto relevante, pues se busca presentar la matemática como un todo integrado.

La siguiente subcategoría es “Elección de representaciones”. Se refiere al material que se utiliza para representar o explicar conceptos o procedimientos. De acuerdo con la información de la siguiente tabla, la estudiante docente M1 tiene 29 citas asociadas a esta subcategoría; S1, 2 y M2, 10.

A continuación, la tabla 5 describe por cada una de las estudiantes la subcategoría “Elección de representaciones más evidentes” de la categoría “Transformación”.

**Tabla 5 Citas asociadas a la subcategoría Elección de representaciones**

Categoría: Transformación Subcategoría: Elección de representaciones		
Estudiante docente S1	Estudiante docente M1	Estudiante docente M2
Sección 4:18 (6158:6214)	Sección 5:60 (25124:25189)	Sección 6:14 (5142:5154)
<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>M: Muy bien, ¿ustedes saben qué día es hoy?</p> <p>Niños: Lunes</p> <p>M: Vamos a escribir las letritas aquí (escribe en la pizarra).</p> <p>Los niños dicen varias veces lunes.</p> <p>M: ¿Qué número será este?, ¿lunes qué? Keyler, Daniela (M: escribe y va diciendo) (D 4: Observaciones S1).</p>	<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>Si la niña cambia de forma ya sea así o así y si esta la estiramos, si cambia de formas, sigue utilizando la misma cantidad de plastilina, aunque este sea en zigzag y este sea recto la cantidad. Ustedes vieron que la arena era la misma cantidad de plastilina es...</p> <p>Niños: igual (D 5: Observaciones M1).</p>	<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación.</b></p> <p>Ok, vamos a ver, por allá teníamos los números verdad (pared de los números).</p> <p>Niños: Sí.</p> <p>M: Ok, los vamos a ir viendo. Vamos a ir recordando, porque desde de toda esta semana que no estamos en el kínder, a veces, se nos olvida, verdad. (D 6: Observaciones M2).</p>
Sección 4:188 (73924:73974)	Sección 5:65 (27574:27798)	Sección 6:89 (37428:37446)
<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>La docente escribe miércoles en la pizarra y pone el número 18. Pregunta:</p> <p>M: ¿alguien sabe qué número dice aquí? ¿Es este el que se parece al gatito? (D 4: Observaciones S1).</p>	<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>M: Hoy, pero podemos ver los recipientes que tienen la misma...</p> <p>Niños: cantidad</p> <p>M: Este dice 200 y este dice 200, pero lo único que cambia es que cuando lo cambiamos. Vean que aquí dice 200 y son exactamente iguales estos dos. Lo ven (D 5: Observaciones M1).</p>	<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>M: números y tenemos que estar muy atentos. Ok, entonces, vamos a empezar con Vale Molina. ¿Está bien, Vale Molina? Teacher va a escribir un número y ustedes me dicen cuál es. ¿Qué número es ese Nicolás? (D 6: Observaciones M2)</p>

Categoría: Transformación Subcategoría: Elección de representaciones		
Estudiante docente S1	Estudiante docente M1	Estudiante docente M2
	Sección 5:147 (55441:55465)	Sección 6:93 (38218:38243)
	<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>M: Cinco, entonces tienen la misma cantidad, verdad, este va con este. Este va con este, este va con este, este va con este y este va con este, aunque la niña los haya estirado tenemos igual cinco y cinco quiere decir que tenemos la misma cantidad de circulitos, aunque se hayan acomodado diferente. ¿Está bien? Entonces, ¿cuál tiene más?</p> <p>Niños: ninguno (D 5: Observaciones M1).</p>	<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>M: Ven. Ahí hicimos un conjunto de cuatro manzanas. Démosle un aplauso a Vale eso Vale... Ahora, creo que vamos a ocupar otro papel. Bueno, ahorita lo pegamos. Ahora, teacher, va a escribir otro número. Vamos a escribirlo aquí. Vamos a ver. ¿Qué número es este Sofía Coto?</p> <p>Niños: el 2</p> <p>M: el 2, ¡muy bien! ¿Quieres hacer el conjunto?</p> <p>(D 6: Observaciones M2).</p>

Categoría: Transformación Subcategoría: Elección de representaciones		
Estudiante docente S1	Estudiante docente M1	Estudiante docente M2
	Sección 5:154 (58376:58792)	Sección 6:164 (70152:70166)
	<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>M: Si la niña pone los materiales en diferente forma no importa. ¿Por qué? Porque sigue siendo la misma cantidad que está poniendo al principio lo ven aquí. ¿Cuál tiene más?</p> <p>Niños: iguales</p> <p>M: son iguales, si la niña acomoda estos para acá y estos aquí, ¿cuál tiene más?</p> <p>Niños: iguales</p> <p>M: son la misma cantidad lo que cambia es la forma de acomodarlos. Noa siéntese aquí a la par mía. Noa, ¡dígame!, ¿cuál de estos dos tiene más? (D 5: Observaciones M1)</p>	<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>M: Entonces, en este cartón dice MUCHOS (repite). L ponemos aquí (D 6: Observaciones M2).</p>
	Sección 5:313 (137320:137427)	
	<p><b>Sección extraída de la transcripción de la observación</b></p> <p>M: no son los mismos materiales, porque uno es crayola, el otro es pilot y el otro lápiz. Pero, si se pueden agrupar porque los 3 son el mismo color, pero también yo puedo hacer esto (toma tres pilot de diferente color) chicos ¿por qué yo puedo agrupar esto? (D 5: Observaciones M1).</p>	

Nota: Elaboración propia con base en los registros de las observaciones realizadas a las estudiantes docentes.

Durante las sesiones observadas a las tres estudiantes, se extrae la sección 4:18 y 4:188 de S1, las secciones 5:60, 5:65, 5:147, 5:154 y 5:313 de M1 y las secciones 6:14, 6:89, 6:93 y 6:164 de M2.

La sección 4:18 se presenta en la primera observación. La sesión observada tenía el objetivo de que los niños y las niñas buscaran y recolectaran elementos del medio para trabajar aspectos relacionados con la discriminación de las características de los elementos recolectados, en este caso, hojas y piedras. La sección 4:188 se desencadena en la octava visita en la que se trabajó el contenido término a término al usar prendas de vestir y enfocarse en que cada botón tiene un ojal.

En ambas secciones, S1 mientras desarrolla las actividades iniciales —en las cuales se trabaja el sentido temporal: ¿Qué día es hoy?—, recurre a representar el nombre y el número del día, y conforme lo escribe lo va repitiendo verbalmente. De esta manera, se aproxima a la población infantil para relacionar símbolo con etiqueta. Se destaca que esta fue la única sección en la S1 desarrolla actividades iniciales con los niños durante las sesiones observadas.

Las secciones desde la 5:60 hasta la 5:154 se presentan en fechas de observación diferentes. No obstante, estaban enfocadas hacia el mismo objetivo en función de utilizar diferentes materiales como agua o arena para trabajar la misma cantidad formando objetos o formas diferentes. Se refleja en la estudiante M1 la dificultad para referirse al concepto de conservación de la cantidad desde la formulación del objetivo. Por su parte, M1 empleó variedad de materiales entre ellos la plastilina, agua, bloques y fichas.

La sección 5:313 es parte de la décima observación. En esta oportunidad, la estudiante docente planeó trabajar con los niños el tema seriación; sin embargo, realizó actividades relacionadas con el agrupamiento de objetos de los ambientes internos del aula de acuerdo con las características.

Durante la sesión observada, de la cual se extrae la sección 6:14, la estudiante docente M2 se enfocó en repasar los números de forma gráfica y los conjuntos. Para esta actividad, ella utilizó paletas y figuras de coronas elaboradas con papel de construcción e identificadas con números del 1 al 10 para que los niños realizaran los conjuntos.

En las secciones de la 6:89 y 6:97, se trabajó conjuntos. En este caso, M2 utilizó diferentes materiales como papel periódico con nubes dibujadas e identificadas con un número del 1 al 5 y figuras de manzanas. La actividad consistía en pegar manzanas, dentro de la nube, de acuerdo con el número que indicaba M2 para que así los niños realizaran conjuntos.

La sección de la 6:164 se propuso como objetivo trabajar el tema de discriminación de la cantidad de muchos y pocos. Para desarrollarlo, M2 requirió diferentes materiales, tales como rótulo de muchos, rótulo de pocos, bloques plásticos de diferente color y recipientes de plástico.

De las tres estudiantes docentes, la subcategoría elección de representaciones se observó una única vez en S1. De ahí su importancia de destacarlo, pues la transformación es un aspecto práctico que se refiere a un conocimiento que se evidencia en la capacidad del docente para convertir el conocimiento matemático en información clara y atractiva para sus estudiantes, lo cual no es observable en S1.

Aunado a lo anterior, Castillo y Castillo (2016) refieren que la persona que media el aprendizaje debe procurar la modificación del estímulo con la intención de impulsar una actitud atenta y sensible que provoque el aprendizaje, porque del dominio que se tenga del contenido se facilita utilizar representaciones que favorecen el aprendizaje significativo.

Se valora el hecho de que M1, en relación con las estudiantes docentes S1 y M2, evidencia más acciones representadas; sin embargo, en la subcategoría elección de representaciones sigue siendo una de las que menos citas asociadas tiene. Si se considera lo expuesto por NCTM (2003), respecto a la transformación como uno de los procesos matemáticos con los cuales es posible que los niños aprendan el contenido matemático, este es un aspecto básico que debe trabajarse con las estudiantes en formación, porque la transformación vuelve las matemáticas más concretas y accesibles, lo que facilita que los menores de 6 años tengan un mejor acercamiento a estos contenidos y mayor apertura para la construcción de aprendizajes significativos.

De las observaciones realizadas, puede destacarse que M2 tiene la habilidad de transformar el contenido matemático en diferentes formas para presentárselo a los niños. Así, se perciben más atractivo y accesible. La docente utilizó elementos variados, versátiles y conocidos por los niños para que ellos mismos representaran las ideas matemáticas. M2 adornó en el aula una pared denominada "pared de los números" a la cual refiere constantemente a los niños para recordarles "M2: Ok, los vamos a ir viendo. Vamos a ir recordando, porque desde de toda esta semana, que no estamos en el kínder, a veces, se nos olvida, ¿verdad?" (D 6: Observaciones M2). Asimismo, M2 representa de manera gráfica los números para que los niños los vayan identificando: "Teacher va a escribir un número y ustedes me dicen cuál es. ¿Qué número es ese, Nicolás?" (D 6: Observaciones M2). También, anota algunos conceptos —como muchos, pocos— para que los niños, según la actividad propuesta, los identifiquen "M2: entonces, en este cartón dice MUCHOS (repite) lo ponemos aquí (D 6: Observaciones M2)". Según la NCTM (2003), "Representar ideas y

conectar las representaciones a las matemáticas constituye el núcleo de la comprensión de esta" (p. 140).

Por su parte, la transformación se caracteriza por la manera como el docente presenta los contenidos y está supeditada por la capacidad de este profesional para decidir, entre otros aspectos, cuáles representaciones utilizar según lo que pretende enseñar. Por consiguiente, el docente necesita de *conocimiento del contenido y su enseñanza (KCT)* y de *conocimiento del contenido y de los estudiantes (KCS)*, que sirvan de base para escoger los mejores ejemplos y las representaciones adecuadas de acuerdo con los contenidos matemáticos por desarrollar.

Lo anterior manifiesta que S1, con base en las sesiones observadas, presenta deficiencias en cuanto al *conocimiento del contenido y su enseñanza (KCT)*, que concierne aspectos de adecuación de ejemplos y representaciones, brinda la posibilidad de escoger los mejores ejemplos para enseñar contenidos matemáticos. Caso contrario sucede cuando M1 sí tiene *conocimiento del contenido y su enseñanza (KCT)*, que se refleja en las modificaciones necesarias para que los niños comprendan el contenido, y M2, al reflejar la capacidad de elegir materiales atractivos que sirven de apoyo en la representación del concepto, evidencia *conocimiento del contenido y de los estudiantes (KCS)*, que ayuda al docente en aspectos como predecir los materiales por utilizar para facilitarle a los estudiantes el aprendizaje. Asimismo, requiere la interacción entre la comprensión matemática específica, la familiaridad con los estudiantes y su pensamiento matemático (Ball et al., 2008).

La subcategoría "Elección de representaciones", considerada fundamental en la comprensión de conceptos y relaciones matemáticas, se observa en las tres estudiantes docentes. A pesar de su importancia, de acuerdo con la evidencia, su uso en la práctica de la enseñanza es poco.

## 5. Conclusiones

La "Transformación" se manifiesta en la planificación de la enseñanza y en la capacidad del docente para transformar el contenido de una manera pedagógica; es decir, enseñable a los niños y favorecer el desarrollo del pensamiento matemático infantil. Esta categoría comprende selección y uso de ejemplos, representaciones y demostraciones del maestro.

De acuerdo con el análisis de contenido de los registros de observación a las estudiantes docentes, según los modelos teóricos Knowledge Quartet (KQ) y Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), se concluye lo siguiente con respecto a los conocimientos que manifiestan en la práctica de la enseñanza en cuanto a Transformación:

- Demostraciones del maestro. El uso de demostraciones es utilizado por las estudiantes docentes; sin embargo, se vuelven muy repetitivas, por lo que debe prestarse especial interés en el plan de formación de la UNED, debido a la relación que existe entre la transformación y la mediación pedagógica. Se concluye que la falta de conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT) de las estudiantes docentes las limita en la escogencia de otro tipo de demostración que fomente el descubrimiento, la experimentación, la indagación y la observación, de manera que se promueva el aprendizaje de los estudiantes del nivel de preescolar.
- Elección de ejemplo. Las estudiantes docentes de la carrera utilizan pocos ejemplos que ayuden a fortalecer el proceso educativo y al educando a descubrir el significado de la actividad. Se puede afirmar que el ambiente no propicia que los niños aprendan a través de ejemplos, de acuerdo con sus necesidades, intereses y características. Esto evidencia falta de conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT) y del conocimiento de contenido y los estudiantes (KCS).
- Elección de representaciones. Las estudiantes docentes evidencian poco conocimiento del contenido y su enseñanza (KCT), lo cual resulta fundamental para realizar las modificaciones requeridas a fin de que los niños comprendan los contenidos matemáticos. Lo anterior se reflejó en la escasa variedad de representaciones utilizadas por las estudiantes docentes, quienes carecían de adecuación de ejemplos y representaciones, que resultaran más atractivas y generaran más participación de los discentes.

Como consecuencia de lo observado en el aula, cuando las estudiantes docentes desarrollaban contenidos matemáticos, reflejaban poca capacidad para transformar el conocimiento del contenido mediante una mejor explicación a los niños y niñas, a fin de que se favorezca así al estudiantado con aprendizajes significativos. Es importante indicar que la elección de la estudiante docente de los ejemplos, de las demostraciones o las representaciones, puede o no favorecer el desarrollo de conceptos matemáticos y depende de cuánto domine y comprenda los contenidos que constituyen la materia de enseñanza.

Finalmente, se evidencia la necesidad del docente de preescolar de trabajar aspectos del conocimiento del contenido y su enseñanza (KCT) en lo que concierne a la adecuación y la escogencia de ejemplos que permitan enseñar contenidos matemáticos.

## Referencias bibliográficas

- Alsina, A. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Revista de Didáctica de las matemáticas*, 80, 7-24
- Alsina, A. (2016) Contribuciones de la investigación en educación matemática infantil para el diseño, gestión y evaluación de buenas prácticas. En Macías, J., Jiménez, A., González, M., Sánchez, P. Hernández, C, Fernández, F., Ruiz, J., Fernández T y Beciano, A. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX*, 19-38. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Alsina, A. y López, P. (2014). Sobre la naturaleza de las matemáticas en la formación inicial de maestros: los procesos matemáticos en el sistema de creencias de los estudiantes. *Revista de Educación Matemática*, 31(3), 88, 7-20.
- Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Bandres, E. (2012). Formación docente: la clave para lograr un verdadero cambio. *Boletín Iesalc*, 217. <http://www.iesalc.unesco.org>
- Castillo, R. y Castillo, I. (2016). *Mediación pedagógica para la primera infancia*. EUNED.
- GarcíaCabrerero, B., Loredó Enríquez, J., & Carranza Peña, G. (2008). Análisis de la práctica educativa de los docentes: pensamiento, interacción y reflexión. *Revista Electrónica de Investigación Educativa, número especial*, 115. <https://www.redalyc.org/pdf/155/15511127006.pdf>
- Goldrine, T., Estrella, S., Olfos, R. y Cáceres, P. (2015). Prueba de conocimientos para la enseñanza del número en futuras maestras de educación infantil. *Educação em Revista Belo Horizonte*, 31(2), 83-100.
- Hernández-Suárez, C., Prada-Núñez, R y Gamboa-Suárez, A. (2017). Knowledge and use of mathematical language in initial teacher training in Mathematics. *Revista investigación desarrollo e innovación*, 72(2), 287-299.
- Manfra, L., Dinehart, L. y Sembiente, S. (2014). Associations Between Counting Ability in Preschool and Mathematic Performance in First Grade Among a Sample of Ethnically Diverse, Low-Income Children. *Revista de Investigación en Educación Infantil*, 28(101), 101-114.

- Molina, E. (2011). El dominio de conceptos matemáticos en profesoras de preescolar. Una comparación Educador-México. *Actas del 3er. Congreso Uruguayo de Educación Matemática*. [www.semur.edu.uy/curem3/actas/77.pdf](http://www.semur.edu.uy/curem3/actas/77.pdf)
- Morales, Y., Fonseca, J. y García, M. (2014). En búsqueda de un perfil académico-profesional del personal docente de matemática. *Revista Iberoamericana de Educación matemática*, 38, 85-101.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Organización de los Estados Americanos (OEA). (2010). *La educación secundaria en las Américas: problemas y desafíos*. OEA.
- Ortiz, M. y Gravini, M. (2012). Estudio de la competencia matemática en la infancia. *Psicogente*, 15(27), 139-152. <http://www.scielo.org.co/pdf/rups/v11n2/v11n2a07>
- Pérez-Tyteca, P., Callejo, M., Moreno, S., Sánchez-Matamoros, G y Valls, J. (2017). Cómo progresan estudiantes para maestro en la identificación de elementos matemáticos necesarios para interpretar la comprensión de la longitud y su medida en alumnos de Educación Infantil. *En Actas Investigación en Educación Matemática XXI, SEIEM, 2017, 397-406*.
- Rowland, T. (2012). Contrasting Knowledge for Elementary and Secondary Mathematics Teaching. *For the Learning of Mathematics*, 32(1), 16-21.
- Rowland, T. (2013). The knowledge Quartet: A tool for developing Mathematics teaching. En M. Hähkiöniemi, H. Leppäaho, P. Nieminen & J. Viiri (Eds.), *Proceedings of the 2012 Annual Conference of Finnish Mathematics and Science Education Research Association* (pp. 11-24). University of Jyväskylä.
- Rowland, T., Huckstep, P. y Thwaites, A. (2003). Novices' choice of examples in the teaching of elementary mathematics. En A. Rogerson (Ed.), *Proceedings of the International Conference on the Decidable and the Undecidable in Mathematics Education* (pp.242-245).
- Rowland, T., Huckstep P. y Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281.
- Sosa, L. (2013). Tres perspectivas diferentes para mirar el conocimiento del profesor de matemáticas y la enseñanza. *CLAME*, 1575-1583. <http://funes.uniandes.edu.co/4434/>
- Tébar, L. (2003). *El perfil del profesor mediador*. Santillana.

- Tirapegui, C. (2004). *Juego y matemática escolar*. En Memorias de la Asociación Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME) (pp. 567–580). Asociación Latinoamericana de Matemática Educativa.
- Turner, F. (2012). Using the Knowledge Quartet to develop mathematics content knowledge: the role of reflection on professional development. *Research in Mathematical Education*, 1(43), 253-271